Lei de Escala
(ou Lei de Potência)

F 129 – Física Experimental I

2º Semestre de 2017

Plano de Aula

Hoje

- Aula explanatória sobre Lei de Escala (30-40 min)
- Exercício: Lei de Escala e papel log-log (20-30 min)
- Experimento (tempo restante)

Próxima aula

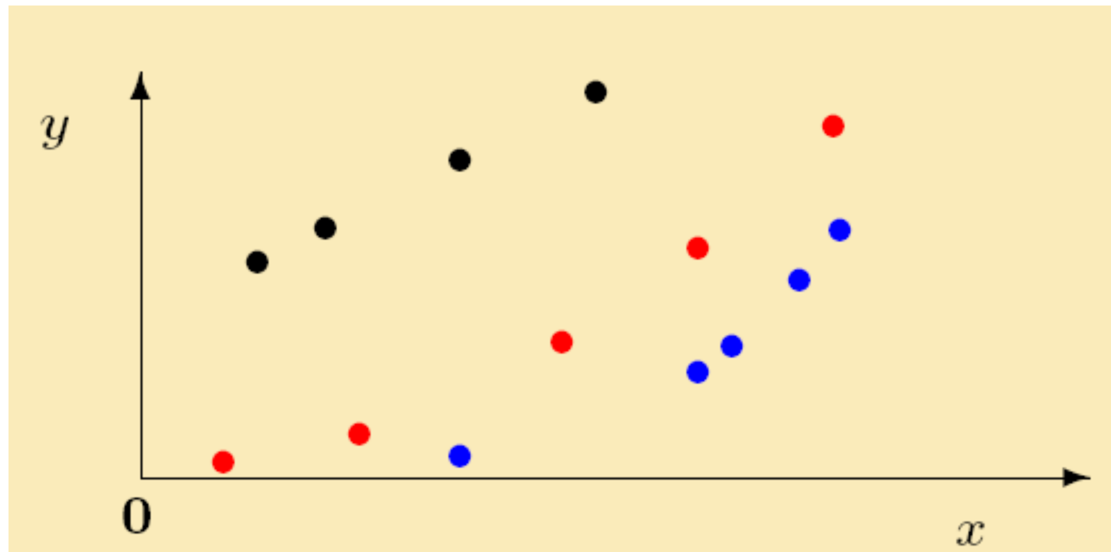
- Gráficos e tabelas
- Experimento

Lei de escala

Frequentemente observamos em ciência que:

$$y = ax^b$$ (Lei de potência)

Difícil distinguir em gráfico linear entre diferentes leis de potência:



$y = a\,x^2$

$y = a\,x^4$

$y = a\,x^1$

Leis de escala

Como obter constante *a* e expoente *b*? Resposta: linearizar a equação

$$y = ax^b$$

Tirando o logaritmo de ambos os lados:

$$\log(y) = \log(a) + \log(x^b)$$

$$\Downarrow$$

$$\log(y) = \log(a) + b\log(x)$$



Eq. da reta

$$y' = A + Bx'$$

coeficiente linear (A)

coeficiente angular (B)

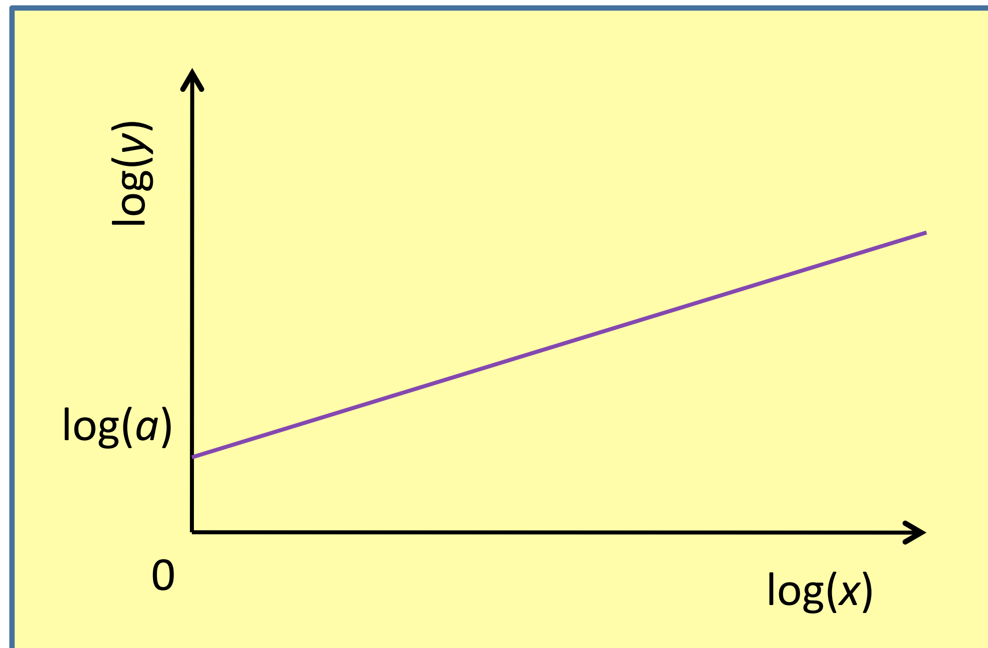
$$\log(a) = A \therefore a = 10^A$$

$$b = B = \frac{y_2' - y_1'}{x_2' - x_1'} = \frac{\log(y_2) - \log(y_1)}{\log(x_2) - \log(x_1)}$$

Lei de escala

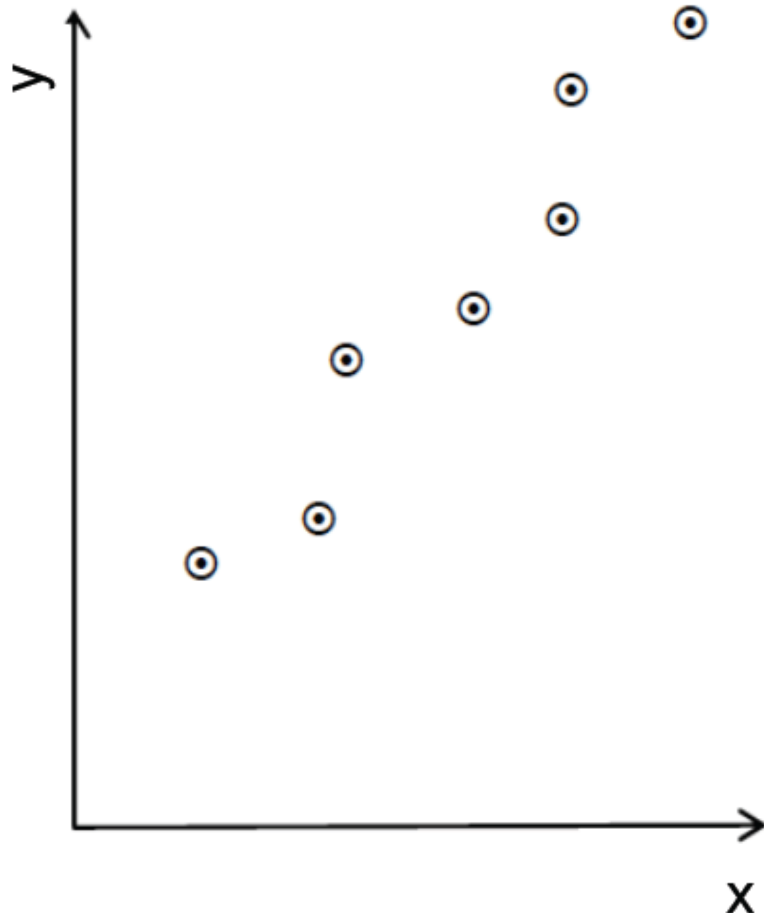
O gráfico de log(*y*) em função de log(*x*) é uma linha reta:

- coeficiente angular é *b* (expoente da lei de escala)
- reta interseciona eixo log(*y*) em log(*a*) (coeficiente linear)



Ajuste linear

Dados experimentais:



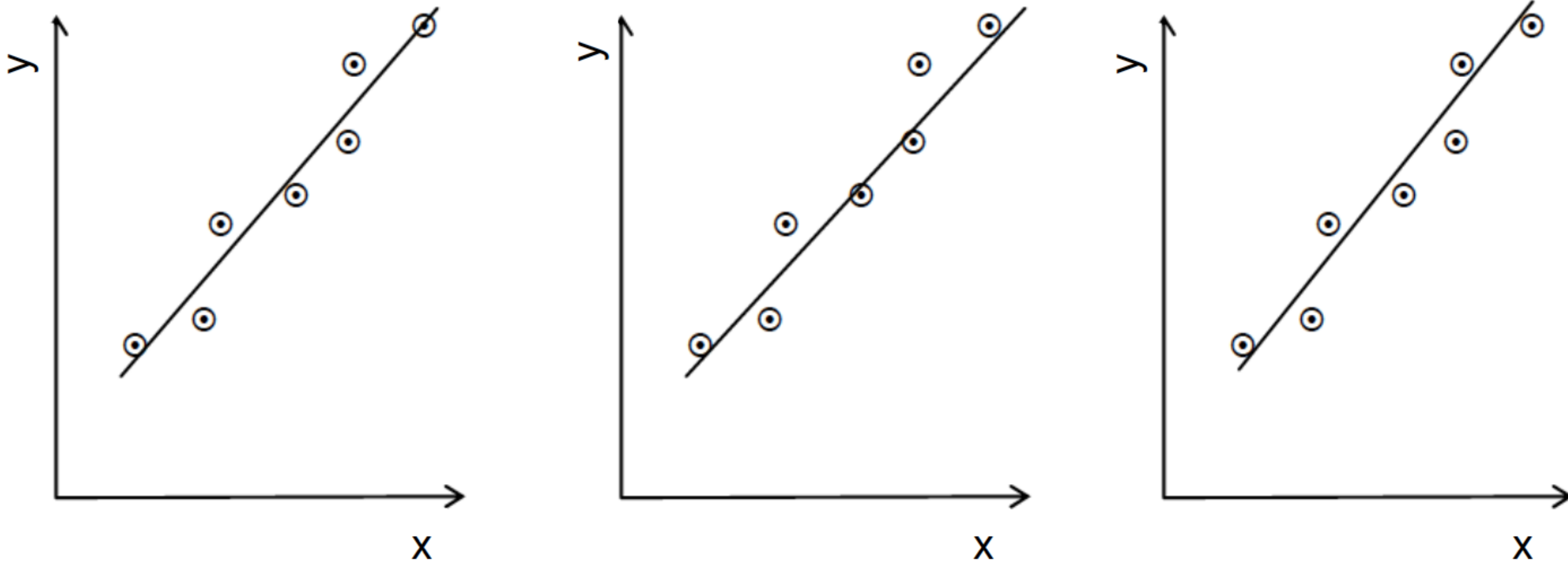
O que fazer?

ajustar a melhor reta aos dados experimentais

Como?

Traçar (à mão + régua) a reta que passa o mais próximo possível de todos os pontos

Qual a melhor reta?



Difícil escolher e subjetivo. Veremos mais adiante na disciplina como **calcular** a melhor reta (coeficientes linear e angular e suas incertezas).

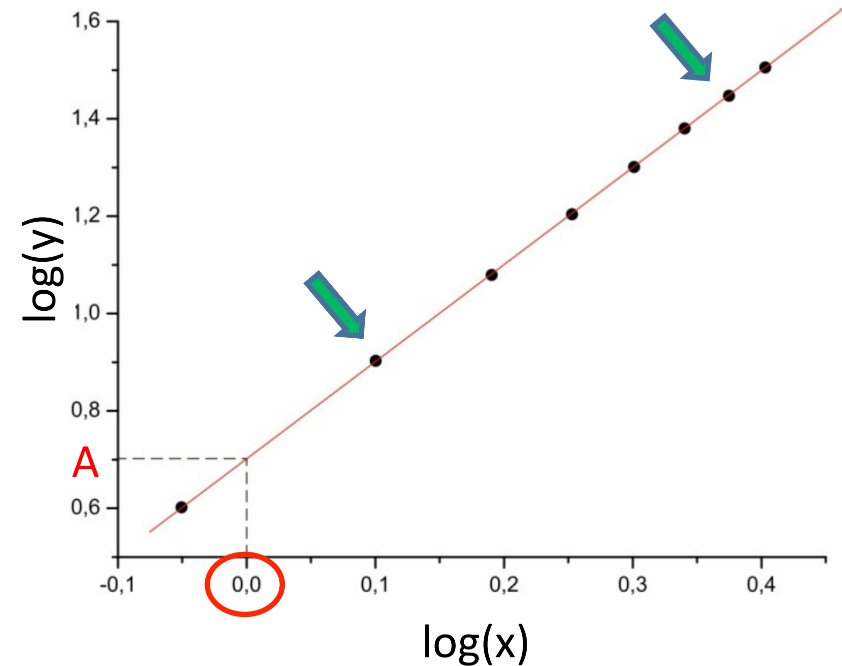
Gráfico linear: log(*y*) vs. log(*x*)

Dados experimentais

x	y
0,89	4
1,26	8
1,55	12
1,79	16
2,00	20
2,19	24
2,37	28
2,53	32

log

log(x)	log(y)
-0,05	0,60
0,10	0,90
0,19	1,08
0,25	1,20
0,30	1,30
0,34	1,38
0,37	1,45
0,40	1,51

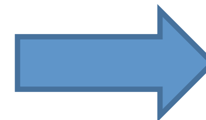


Coeficiente angular:

$$B = \frac{\log(28) - \log(8)}{\log(2{,}37) - \log(1{,}26)} = \frac{1{,}45 - 0{,}90}{0{,}37 - 0{,}10} \therefore B = 2{,}0$$

Coeficiente linear:

$$A = 0{,}70 \therefore a = 10^{0{,}70} = 5{,}0$$



Lei de potência:

$$y = 5{,}0x^{2{,}0}$$

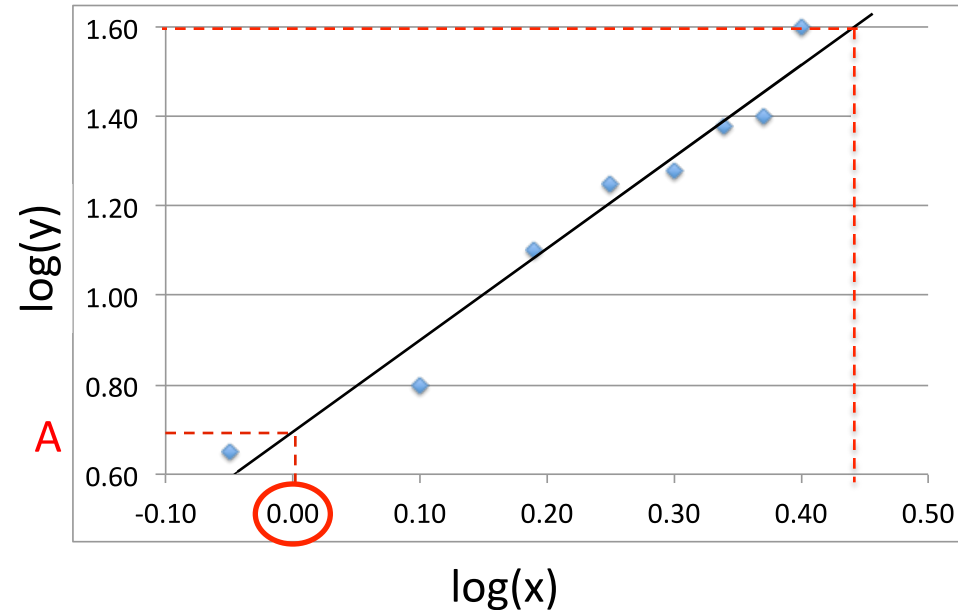
Gráfico linear: log(*y*) vs. log(*x*)

Dados experimentais

x	y
0.89	4
1.26	6
1.55	13
1.78	18
2.00	19
2.19	24
2.34	25
2.51	40

log

log(x)	log(y)
-0.05	0.65
0.10	0.80
0.19	1.10
0.25	1.25
0.30	1.28
0.34	1.38
0.37	1.40
0.40	1.60



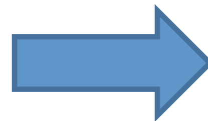
Não use pontos da tabela!

Coeficiente angular:

$$B = \frac{1,6 - 0,7}{0,44 - 0} = 2$$

Coeficiente linear:

$$A = 0,70 \therefore a = 10^{0,70} = 5,0$$

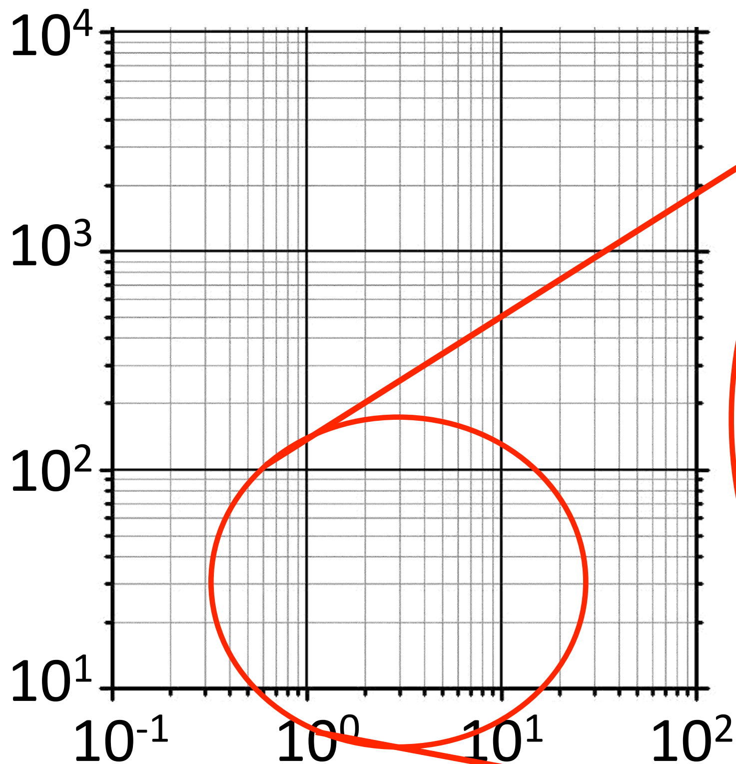


Lei de potência:

$$y = 5,0x^{2,0}$$

Gráfico log-log

Usado quando valores dos pontos diferem por várias ordens de grandeza ou dependência entre grandezas é uma lei de escala



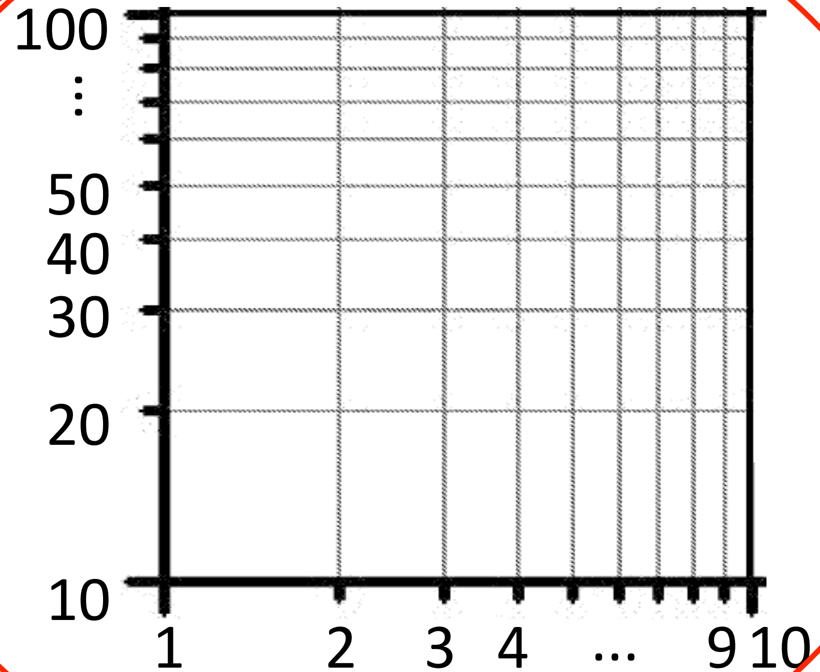
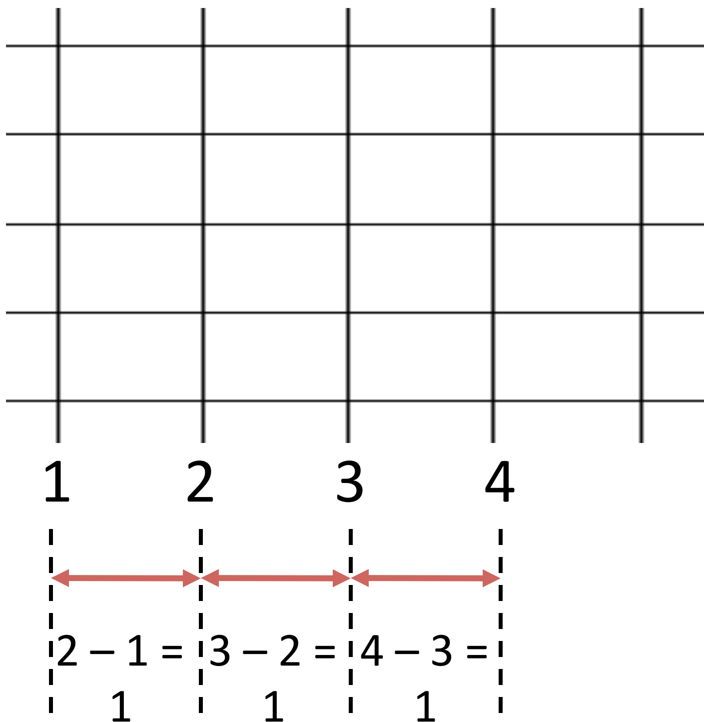


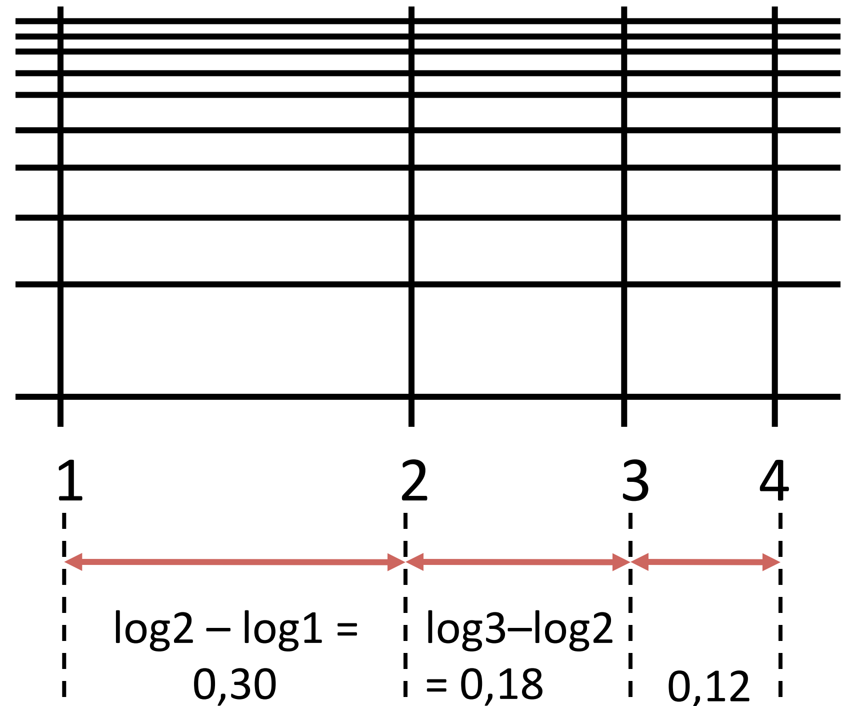
Gráfico linear vs. log-log

linear



Distância entre divisões proporcional à diferença entre valores

log-log



Distância entre divisões proporcional à diferença entre **logaritmo** dos valores

Escala linear vs. log-log

Escala linear:



Escala log:

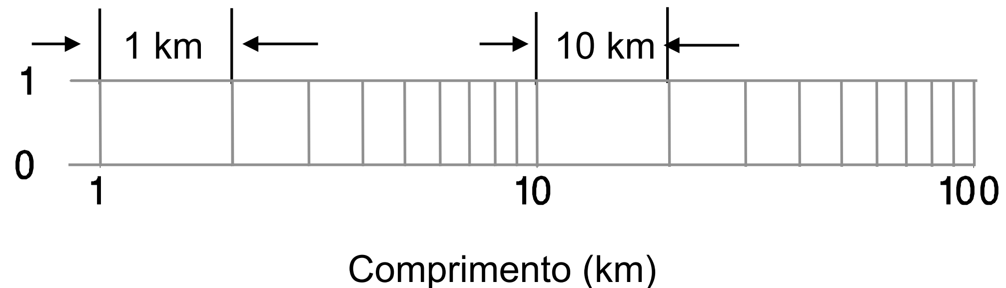


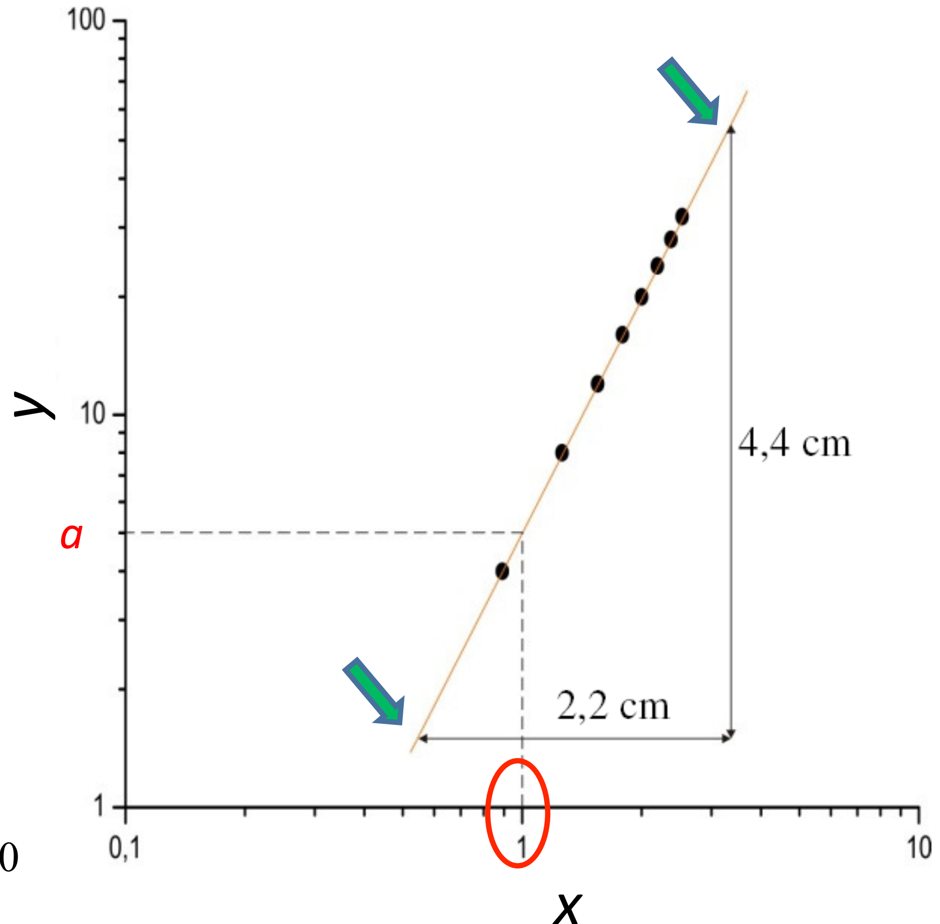
Gráfico log-log: *y* vs. *x*

Dados experimentais

x	y
0,89	4
1,26	8
1,55	12
1,79	16
2,00	20
2,19	24
2,37	28
2,53	32

Colocar valores diretamente no gráfico log-log





Coeficiente angular:

$$B = \frac{\log(28) - \log(4)}{\log(2{,}37) - \log(0{,}89)} = \frac{1{,}45 - 0{,}90}{0{,}37 - 0{,}10} \therefore B = 2{,}0$$

ou medir com régua: $B = \dfrac{4{,}4\text{ cm}}{2{,}2\text{ cm}} = 2{,}0$

Coeficiente linear: a = 5,0

Exercício



Um estudante curioso estava observando o comportamento do ketchup enquanto comia seu lanche. Ele reparou que quando ele apenas tombava o tubo de ketchup, o molho não escorria para fora do tubo. Mas quando ele apertava o recipiente, o ketchup escorria facilmente para o seu lanche. Intrigado com tal fato ele resolveu pesquisar o que causava esse comportamento e descobriu que tal característica se relacionava com o fluido ser ou não newtoniano.

Descobriu ainda que tal classificação é modelada pela seguinte lei de escala:

$$\mu = K\Gamma^{n-1}$$

onde μ é a viscosidade (ou atrito interno) efetiva do fluido, K é uma constante de proporcionalidade e Γ é a taxa de deformação (ou gradiente da velocidade). Assim, o fluido é dito newtoniano se $n = 1$ e não newtoniano se $n \neq 1$.

Determinado a verificar qual é a classificação do ketchup, o estudante fez alguns experimentos e chegou aos resultados mostrados na tabela a seguir.

Tabela 1: Medidas registradas dos valores de viscosidade efetiva μ (Pa.s) e da taxa de cisalhamento Γ (s^{-1}).

Γ (s^{-1})	μ (Pa.s)
22,5	0,052
4,1	0,42
2,8	0,82
0,92	2,3
0,39	8,4

$$\mu = K\Gamma^{n-1}$$



Quem são *K* e *n*?

